ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

İŞLEM

A boş olmayan bir küme olmak üzere A×A nın her bir alt kümesine tanımlanan her fonksiyona A da **işlem** adını veriyoruz.

$*, \Delta, \square, \bullet, \ldots$ gibi sembollerle ifade edilir.

1) Tam sayılar kümesi üzerinde her a,b için

$a*b = a^b - b$ işlemi tanımlanıyor.

Buna göre $(3*2)*1$ işleminin sonucu nedir?

$(3*2)*1$

$3*2 = 3^2 - 2 = 9 - 2 = 7$

$7*1 = 7^1 - 1 = 6$

2) $*$ işlemi $a*b = a^2 - b^2$ olarak tanımlandığına göre $(3*2)*4$ işleminin sonucu nedir?

$3*2 = 3^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5$

$\underbrace{(3*2)}_{5}*4 = 5*4 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$

3) $*$ işlemi $a*b = 2a - b$ olarak tanımlanıyor.

$k*7 = 5*13$ olduğuna göre k nedir?

$2k - 7 = 10 - 13$

$2k - 7 = -3$

$2k = 4 \Rightarrow k = 2$

4) $\frac{2}{a*b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ olduğuna göre $2*4$ ün değeri nedir?

$\frac{2}{2*4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

$\frac{2}{2*4} = \frac{3}{4} \Rightarrow 3.(2*4) = 8$

$2*4 = \frac{8}{3}$

5) $a*b = \frac{a.b}{a+b}$ olduğuna göre

$\frac{1}{2} * \frac{3}{4} = \frac{1}{3} * m$ eşitliğindeki m nedir?

$$\frac{\frac{1}{2}.\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}+\frac{3}{4}} = \frac{\frac{1}{3}.m}{\frac{1}{3}+m}$$

$$\frac{\frac{3}{8}}{\frac{5}{4}} = \frac{\frac{m}{3}}{\frac{1+3m}{3}} \Rightarrow \frac{3}{8}.\frac{4}{5} = \frac{m}{3}.\frac{3}{1+3m}$$

$$\frac{3}{10} = \frac{m}{1+3m}$$

$3 + 9m = 10m \Rightarrow m = 3$

6) Pozitif tam sayılar üzerindeki $*$ ve Δ işlemleri

$x*y = x^y$

$x \Delta y = x + y$ şeklinde tanımlanıyor.

$a*(a\Delta 1) = 81$ olduğuna göre a nedir?

$a\Delta 1 = a + 1$

$a*(a+1) = a^{a+1} = 81 = 3^4 \Rightarrow a = 3$

7) $(a,b)\Delta(c,d) = (ac+bd, ad-bc)$ olduğuna göre $(x,y)\Delta(1,-1) = (3,5)$ eşitliğini sağlayan (x,y) ikilisi nedir?

$(x.1 + y.-1, x.-1 - y.1) = (3,5)$

$(x-y, -x-y) = (3,5)$

$x - y = 3$
$+\ x + y = -5$

$2x = -2$

$x = -1$

$x - y = 3$

$x = -1$

$-1 - y = 3$

$\Rightarrow y = -4$

$(x,y) = (-1,-4)$

www.ozelogrenci.com

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

8) Her a gerçel sayısı için

$\boxed{a} = 1-a$ biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre $\boxed{x-2} = 3.\boxed{x} - 1$ eşitliğini sağlayan x değeri nedir?

$1-(x-2) = 3.(1-x)-1$

$1-x+2 = 3-3x-1$

$3-x = 2-3x$

$1 = -2x \Rightarrow x = -1/2$

9) Δ işlemi $a \Delta b = (a^2.b) - a + b$ şeklinde tanımlanıyor.

$x \neq y$ için $x \Delta y = y \Delta x$ olduğuna göre $x.y$ nedir?

$x^2y - x + y = y^2.x - y + x$

$x^2y - y^2x - 2x + 2y = 0$

$xy(x-y) - 2(x-y) = 0$

$(x-y).(xy-2) = 0$

$x-y = 0$ için $x \neq y$

$xy - 2 = 0 \Rightarrow xy = 2$

10) Δ işlemi $a \Delta b = a^2 + 2^b$ biçiminde tanımlanıyor.

$2 \Delta (1 \Delta x) = 12$ olduğuna göre x nedir?

$1 \Delta x = 1^2 + 2^x = 1 + 2^x$

$2 \Delta (1+2^x) = 12$

$2^2 + 2^{1+2^x} = 12$

$2^{1+2^x} = 8$

$2^{1+2^x} = 2^3$

$\Rightarrow 1 + 2^x = 3$

$2^x = 2$

$x = 1$

11) Pozitif tam sayılar kümesi üzerinde $\oplus$ ve $\otimes$ işlemleri en büyük ortak bölen ve en küçük ortak kat yardımı ile

$a \oplus b = EBOB(a,b)$

$a \otimes b = EKOK(a,b)$ olarak tanımlanıyor.

Buna göre $18 \oplus (12 \otimes 4)$ işleminin sonucu nedir?

$12 \otimes 4 = EKOK(12,4)$

12	4	2
6	2	2
3	1	3
1		

EKOK $\rightarrow$ 12

$18 \oplus 12 = EBOB(18,12)$

18	12	2*
9	6	2
9	3	3*
3	1	3
1		

EBOB $\rightarrow$ 6 $\Rightarrow 18 \oplus 12 = 6$

12) $a * b = \begin{cases} a+b, & a > b \\ a-b, & a \leq b \end{cases}$

şeklinde bir $*$ işlemi tanımlanıyor.

Buna göre $(1*1)*(2*1)$ işleminin sonucu nedir?

$\underbrace{(1*1)}_{0} * \underbrace{(2*1)}_{3} = 0 * 3 = 0 - 3 = -3$

13) Her x gerçel sayısı için

$\boxed{x} = x - 1$ biçiminde tanımlanıyor.

$\boxed{a+2} = \boxed{3a} + \boxed{4}$ olduğuna göre a nedir?

$\boxed{a+2} = \boxed{3a} + \boxed{4}$

$a+2-1 = 3a-1+4-1$

$a+1 = 3a+2$

$2a = -1$

$\Rightarrow a = -1/2$

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

www.ozelogrenci.com www.ozelogrenci.com www.ozelogrenci.com

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

İşlemin özellikleri:

- Her $x, y \in A$ için $x * y \in A$ oluyorsa $*$ işlemi kapalıdır.

14) Aşağıdakilerden hangisi kare alma işlemine göre kapalı değildir?

$\{-2, 4, -6, 8, -10, 12, \ldots\}$ kapalıdır

$\{2, 4, 8, 16, 32, \ldots\}$ kapalıdır.

$\{1, 2, 3, 4, \ldots\}$ kapalıdır.

$\{-1, 2, -3, 4, -5, 6, \ldots\}$ kapalı değildir.

$\{-1, 0, 1\}$ kapalıdır.

- $x * y = y * x$ oluyorsa $*$ işleminin değişme özelliği vardır.
- $x * (y * z) = (x * y) * z$ oluyorsa $*$ işleminin birleşme özelliği vardır.
- $x * (y \Delta z) = (x * y) \Delta (x * z)$ oluyorsa $*$ işleminin Δ işlemi üzerine dağılma özelliği vardır.
- $x * e = e * x = x$ olacak şekilde bir e varsa e ye $*$ işleminin birim elemanı denir.
- $x * m = m * x = e$ oluyorsa m ye x in tersi denir ve x^{-1} ile ifade edilir.
- $x * y = y * x = y$ olacak şekilde bir y varsa y ye yutan eleman (**tersi olmayan eleman**) denir.

15) Tam sayılar kümesi üzerinde $*$ işlemi $a * b = a + b + 3$ biçiminde tanımlanmıştır. Bu işlemin birim elemanı nedir?

$x * e = x$

$x + e + 3 = x$

$\Rightarrow e = -3$

16) $a \Delta b = a + b - 2ab$ şeklinde bir Δ işlemi tanımlanmıştır. Bu işlemin birim elemanı nedir?

$x \Delta e = x$

$x + e - 2xe = x$

$e - 2xe = 0$

$e(1 - 2x) = 0 \Rightarrow e = 0$

17) $*$ işlemi $x * y = 3x + 3y - 3xy - 2$ şeklinde tanımlanıyor. Bu işlemin birim elemanı nedir?

$x * e = x$

$3x + 3e - 3xe - 2 = x$

$2x + 3e - 3xe - 2 = 0$

$3e - 3xe = 2 - 2x$

$3e(1 - x) = 2(1 - x)$

$3e = 2 \Rightarrow e = \frac{2}{3}$

18) Reel sayılarda tanımlı $x \Delta y = 2x + 2y - xy - 2$ işleminin birim elemanı nedir?

$x \Delta e = x$

$2x + 2e - xe - 2 = x$

$x + 2e - xe - 2 = 0$

$e(2 - x) = 2 - x \Rightarrow e = 1$

19) Tam sayılar kümesi üzerinde $*$ işlemi $a * b = a + b + 3$ olduğuna göre bu işleme göre 2 nin tersi nedir?

$x * e = x$

$x + e + 3 = x \Rightarrow e = -3$

$x * m = e$

$2 * m = -3$

↓

2 nin tersi

$2 + m + 3 = -3$

$m + 5 = -3 \Rightarrow m = -8$

$2^{-1} = -8$

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

20) Reel sayılarda tanımlı

$x \Delta y = 2x + 2y - xy - 2$ işleminin yutan elemanı nedir?

$x \Delta y = y$

$2x + 2y - xy - 2 = y$

$2x + y - xy - 2 = 0$

$y - xy = 2 - 2x$

$y(1-x) = 2(1-x) \Rightarrow y = 2$

Tabloda işlem:

21)

•	e	a	b	c	d
e	e	a	b	c	d
a	a	b	c	d	e
b	b	c	d	e	a
c	c	d	e	a	b
d	d	e	a	b	c

a) $(e \bullet b) \bullet (b \bullet d)$ nedir?

$b \bullet a = c$

b) $b \bullet (x \bullet c) = d$ olduğuna göre x nedir?

$b \bullet \underbrace{(x \bullet c)}_{b} = d$

$x \bullet c = b \Rightarrow x = d$

c) • işleminin birim elemanı nedir?

e dir.

d) a nın tersi (a^{-1}) nedir?

$a \bullet a^{-1} = e$

⇓

d

$a^{-1} = d$

e) $a^3 \bullet b^2$ nedir?

$a^3 = \underbrace{a \bullet a}_{b} \bullet a = b \bullet a = c$

$b^2 = b \bullet b = d$

$c \bullet d = b$

f) d^{23} nedir?

:) :) Verilen tablo 5 te bir tekrar ettiği için 5 ile bölümünden kalana bakılır.

$d^1 \equiv d$
$d^2 \equiv c$
$d^3 \equiv b$
$d^4 \equiv a$
$d^5 \equiv e$
$d^6 \equiv d$

$d^{23} \equiv d^3 \equiv b$

22)

■	C	E	y	H	U	N
C	H	U	N	C	E	y
E	U	N	C	E	y	H
y	N	C	E	y	H	U
H	C	E	y	H	U	N
U	E	y	H	U	N	C
N	y	H	U	N	C	E

a) Birim elemanı nedir?

(H)

b) $C^{-1}, E^{-1}, y^{-1}, H^{-1}, U^{-1}, N^{-1}$ nedir?

$C^{-1} = C$
$E^{-1} = N$
$y^{-1} = U$
$H^{-1} = H$
$U^{-1} = y$
$N^{-1} = E$

c) $(H^{-1} ■ N^{-1})^{-1} ■ N$ nedir?

$= (H ■ E)^{-1} ■ N$

$= E^{-1} ■ N$

$= N ■ N$

$= E$

www.ozelogrenci.com www.ozelogrenci.com www.ozelogrenci.com

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...